THE GRAND CALCULUS

История проекта, редакционный метод и масштаб

Документальный очерк о полном модернизированном английском издании Курса дифференциального и интегрального исчисления Г. М. Фихтенгольца

Биография • история оригинального издания • масштаб комплекта из 7+1 томов
сопоставление оригинала и модернизации • полные редакционные предисловия

Максим Соколов
Переводчик и редактор
Торонто, Канада • 2026

MAXERGON
POWERED BY CENTURIES

Издано Maxergon School

The Grand Calculus: история проекта, редакционный метод и масштаб

Документальный очерк о полном модернизированном английском издании Курса дифференциального и интегрального исчисления Г. М. Фихтенгольца

Авторское право © 2026 Максим Соколов и Maxergon School.

Все права защищены. Настоящее уведомление относится к данной статье, ее оригинальному редакционному тексту, составлению, верстке и оформлению. Уведомления об авторских правах и территориальных ограничениях, относящиеся к самим книгам, воспроизведены в тексте статьи.

Полное Предисловие переводчика из основных томов и полное Введение к тому 8 воспроизводятся здесь переводчиком и редактором, которому принадлежат авторские права на их английский текст.

СОДЕРЖАНИЕ РЕПОЗИТОРНОЙ ПУБЛИКАЦИИ

Настоящий файл представляет собой оригинальную документальную статью о проекте. Он не содержит восьми книг целиком и не подразумевает поддержки со стороны репозитория, в котором размещен.

ПРИМЕЧАНИЕ ОБ ИЗДАНИИ

Статья для Archive, август 2026 года. Приведенные здесь библиографические факты, результаты сопоставления и количественные характеристики проверены по окончательному исходному коду восьмитомного издания в LaTeX. Репрезентативные сопоставления также проверялись по оцифрованным русским изданиям. Внешние исторические утверждения документированы в примечаниях об источниках.

Рекомендуемое имя файла для цифровых репозиториев:

the-grand-calculus-project-article-russian.pdf

Оглавление

Обзор проекта **1**
Аннотация . . . 1
Кратко о проекте . . . 2
Фихтенгольц: жизнь в анализе . . . 2
От довоенного замысла к послевоенному Курсу . . . 3
Восприятие современниками . . . 4
Масштаб, содержание и международная судьба . . . 4
Вклад нового издания . . . 5
Основания сопоставления оригинала и модернизированного издания . . . 6
От трех русских томов к семи основным томам . . . 6
Что модернизация изменяет — и что сохраняет . . . 7
Репрезентативные сопоставления: модернизация на практике . . . 8
Авторство и редакционная ответственность . . . 10
Архитектура комплекта из 7+1 томов . . . 11
Подробно о дополнительном томе упражнений . . . 11
Воссозданная математическая графика . . . 12
Как можно использовать собрание . . . 15
Права, территории и доступ . . . 15

Часть II: Полное Предисловие переводчика **16**

Предисловие переводчика **17**
О проекте “The Grand Calculus” . . . 17
Оригинальный Курс и его наследие . . . 18
Рекомендации по использованию . . . 18
Подход к переводу . . . 19
Масштаб модернизации . . . 20
Технология и редакторская ответственность . . . 20
Территориальная доступность . . . 21
Благодарности . . . 21
Содержание восьми томов . . . 22

Часть III: Полное Введение к тому 8 **25**

Введение к тому 8 **26**
Дополнительный том задач . . . 26
Организация тома . . . 26
Территориальная доступность . . . 26

О переводчике и редакторе **28**

Избранная литература и примечания об источниках **29**

Обзор проекта

Аннотация

The Grand Calculus — англоязычный издательский проект 2026 года, основанный на русской трехтомной классике Григория Михайловича Фихтенгольца Курс дифференциального и интегрального исчисления. Первые семь томов представляют собой полный модернизированный английский перевод всего Курса, тематически реорганизованный в двадцать три главы. Восьмой, самостоятельно составленный дополнительный том содержит 2798 упражнений, взятых из классических сборников задач Н. М. Гюнтера и Р. О. Кузмина, согласованных с обозначениями, терминологией и последовательностью переведенного труда и снабженных ответами.

Цель проекта — сделать крупную традицию строгого математического анализа доступной англоязычным читателям в виде действующего текста, а не антикварного факсимиле. Он сохраняет широту оригинального труда, доказательства, примеры, геометрическую наглядность и обстоятельное изложение, одновременно обновляя математический английский язык, обозначения, организацию, типографику, графику, нумерацию формул и перекрестные ссылки. В окончательных исходных материалах основных томов содержатся 233 различных графических файла; в Предисловии сообщается, что иллюстрации были воссозданы по их математическому содержанию, а не вставлены в виде сканов. Искусственный интеллект помогал выполнять технические и повторяющиеся задачи, тогда как ответственность за каждое существенное математическое и редакторское решение сохранялась за переводчиком и редактором. Полное Предисловие, приведенное ниже, подробно рассказывает о вложенном в проект человеческом труде.

В статье проект рассматривается в контексте жизни Фихтенгольца, истории и восприятия русского Курса 1947–1949 годов и его дальнейшей международной судьбы. Здесь устанавливается соответствие между тремя исходными томами и семью основными английскими томами, сопоставляется репрезентативный русский фрагмент с его модернизированной версией и документируются масштаб, редакционный метод, авторство, графика и предполагаемое использование. Кроме того, полностью воспроизводятся Предисловие переводчика из семи основных томов и отдельное Введение к тому 8.

Кратко о проекте

ЭЛЕМЕНТ	ОПИСАНИЕ
Оригинальный труд	Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, впервые изданный в трех русских томах в 1947–1949 годах.
Основное издание	Семь томов, двадцать три главы, приблизительно 2400 страниц согласно Предисловию к изданию и 233 различных графических файла.
Дополнительный том	Один том упражнений, девять глав, 2798 упражнений, согласованные обзорные примечания, отмеченный дополнительный материал и ответы ко всем упражнениям.
Редакционная модель	Полный модернизированный английский перевод: сохранение оригинального математического труда при современном языке, обозначениях, навигации, графике и типографике.
Переводчик и редактор	Максим Соколов, профессор математики, Seneca Polytechnic, Торонто.
Издательство	Maxergon School, Торонто, Канада, 2026.

Фихтенгольц: жизнь в анализе

Григорий Михайлович Фихтенгольц (1888–1959), фамилия которого в латинской транслитерации также встречается в формах Fikhtengolts и Fichtenholz, родился в Одессе. В 1905 году он окончил там гимназию, а в 1911 году — Императорский Новороссийский университет, где среди оказавших на него влияние учителей был С. О. Шатуновский. Уже в начале его профессиональной деятельности соединились математика, изложение и перевод: в одесском издательстве “Матезис” он перевел труд Отто Дзёбека по аналитической геометрии и помогал К. А. Поссе в подготовке русского издания работы Эрнесто Чезаро. В 1913 году он переехал в Санкт-Петербург и начал преподавать в Императорском электротехническом институте. Позднее вместе с Я. Д. Тамаркиным он работал над первым русским томом Курса анализа бесконечно малых Шарля Жана де ла Валле-Пуссена (1922), а при выходе второго тома в 1933 году выступил переводчиком, комментатором и редактором. [1]

Его исследования 1913–1917 годов по теории функций действительного переменного, особенно по интегралам, зависящим от параметра, привели к магистерской диссертации, защищенной им в 1918 году. В том же году он начал работать в Петроградском, впоследствии Ленинградском, университете, где преподавал до конца жизни. Основными областями его исследований были теория функций действительного переменного и функциональный анализ, включая абсолютную непрерывность, интегралы, зависящие от параметра, интегралы Пуассона–Стилтьеса, сходимость по мере, линейные операции и функциональные пространства. Много лет он вместе с Л. В. Канторовичем руководил семинаром по функциональному

[1] С. С. Демидов и С. С. Петрова, “Г. М. Фихтенгольц и преподавание математического анализа в России первой половины XX века”, Чебышевский сборник 20:3 (2019), 437–452; библиографическая запись и полный текст на Math-Net.Ru.

анализу; к кругу учеников, связанных с его преподаванием, принадлежали Канторович, И. П. Натансон, С. Л. Соболев, Д. К. Фаддеев и С. А. Христианович. Поэтому его наследие не ограничивается знаменитым учебником: оно связано с формированием ленинградской аналитической школы и с несколькими поколениями математического образования. [2]

Его просветительская деятельность выходила далеко за пределы университетской аудитории. По сведениям Демидова и Петровой, он основал кафедру математического анализа Ленинградского университета и руководил ею до 1953 года, когда был отстранен в ходе кампании против так называемого космополитизма; тем не менее он продолжил преподавать в университете. Он участвовал в государственной работе над школьными программами по математике и программами подготовки учителей, а в 1934 году выступил инициатором первой Ленинградской математической олимпиады для школьников. Курс следует рассматривать как часть этой более широкой работы по созданию учреждений, учебных программ и книг, посредством которых осваивался анализ.

От довоенного замысла к послевоенному Курсу

Зрелый Курс Фихтенгольца стал результатом десятилетий преподавания и работы над учебниками. До него автор издал Математику для техников (1926) и состоящую из трех частей Математику для инженеров (1931–1933). Замысел фундаментального труда по дифференциальному и интегральному исчислению складывался много лет. В 1939 году издательство Ленинградского университета выпустило первую часть его Математического анализа, подготовленную по лекциям, которые он неоднократно читал студентам первого курса математических специальностей. В Предисловии отмечались записи лекций, сделанные Н. И. Фельдманом и В. П. Басовым, а редактором выступил Г. Р. Лоренц. Запланированная вторая часть не вышла: проект прервала Вторая мировая война. Лишь после войны Фихтенгольц смог вернуться к нему и перестроить его в окончательном виде. Гостехиздат, Государственное издательство технико-теоретической литературы, выпустил три тома Курса дифференциального и интегрального исчисления в Москве и Ленинграде в 1947, 1948 и 1949 годах. [3]

Время выхода имеет значение. Русский университетский анализ осваивал вейерштрассовскую перестройку понятий предела, непрерывности и строгости, тогда как советская система высшего образования восстанавливалась и расширялась. Курс отвечал этой институциональной потребности, не превращаясь в узкую учебную программу. По жанру он сохранял некоторые черты обширного французского traité: связного изложения, в котором теория, вычисления, исторические замечания, геометрия и приложения взаимно освещают друг друга. Фихтенгольц стремился не только установить результаты, но и показать взаимосвязь основных частей классического анализа.

[2] Л. В. Канторович и И. П. Натансон, “Григорий Михайлович Фихтенгольц”, Успехи математических наук 14:5(89) (1959), 123–128; библиографическая запись и полный текст на Math-Net.Ru.

[3] История издания документирована Демидовым и Петровой, с. 445–447. Исходная последовательность независимо зафиксирована в библиографии, сопровождающей некролог Канторовича и Натансона 1959 года, и в библиографической базе Math-Net.Ru.

Восприятие современниками

Том I вышел 690-страничной книгой первым тиражом 25,000 экземпляров. Рецензия В. В. Немыцкого 1948 года ценна именно потому, что не была ни издательской аннотацией, ни безоговорочной похвалой. Немыцкий ставил под сомнение ряд решений: старый термин варианта для упорядоченной переменной, недостаточное внимание к операторам и трактовку некоторых вопросов о локальных и глобальных свойствах. При этом он считал изложение весьма доступным, высоко оценивал педагогическое и научное мастерство автора, особенно отмечал физические и механические примеры и несколько изящных трактовок и предсказывал книге широкое признание. Рецензия показывает живой учебник, вступающий в дискуссию, а не классику, канонизированную лишь задним числом. [4]

В некрологе 1959 года Канторович и Натансон позднее оценили полный Курс как выдающееся изложение математического анализа, подчеркнув его полноту, строгость, ясность, литературное качество, исторический материал и ведущие от него пути к интегральным уравнениям, теории функций действительного переменного и функциональному анализу. Эти особенности объясняют, почему русский труд точнее характеризовать как всеобъемлющий курс классического анализа, а не как обычный первый учебник по математическому анализу.

Масштаб, содержание и международная судьба

РУССКИЙ ТОМ	ПЕРВОЕ ИЗДАНИЕ	ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ
I	1947	Действительные числа; пределы; функции одной переменной; производные и дифференциалы; качественное исследование функций; дифференциальное исчисление функций нескольких переменных; якобианы; геометрия; продолжение функций.
II	1948	Неопределенное и определенное интегрирование; приложения; числовые и функциональные ряды; несобственные интегралы; интегралы, зависящие от параметра; бесконечные произведения; методы асимптотических и расходящихся рядов.
III	1949	Криволинейные, двойные, поверхностные, тройные и кратные интегралы; ограниченная вариация и интеграл Стилтьеса; векторный анализ; ряды, интегралы и преобразования Фурье; общая теория пределов.

Такой охват объясняет, почему книга продолжает служить справочным изданием. Темы, часто выносимые в последующие курсы, — суммирование Эйлера–Маклорена, бесконечные произведения, асимптотические разложения, интеграл Стилтьеса, преобразования Фурье и обобщенная теория пределов — остаются свя-

[4] В. В. Немыцкий, рецензия на книгу Г. М. Фихтенгольца Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. I, Успехи математических наук 3:4(26) (1948), 181–183; полный текст на Math-Net.Ru.

занными с основами дифференциального и интегрального исчисления, из которых они возникают. Исторические заметки показывают развитие идей; подробные примеры готовят читателей к самостоятельному решению задач, хотя сам Курс не организован как задачник.

Дальнейшая судьба труда прослеживается необычайно отчетливо. Полные или частичные издания выходили на немецком, польском и китайском языках. Польский каталог фиксирует двенадцатое издание; издательство Higher Education Press указывает восьмое китайское издание и описывает трехтомный охват. Российские институциональные каталоги отмечают девятнадцатые стереотипные издания томов I и II в 2025 и 2026 годах. Эти записи не доказывают, что все читатели используют книгу одинаково, но подтверждают непрерывность издания в разных языках и поколениях. [5]

Курс значительно объемнее более позднего отдельного двухтомника Фихтенгольца Основы математического анализа. Некоторые русскоязычные читатели неофициально называют полный труд “Большим Фихтенгольцем”. Английское название проекта сохраняет это различие; оно не утверждает, что никакой более краткий труд Фихтенгольца ранее не издавался на английском языке.

Вклад нового издания

Проект решает две самостоятельные проблемы. Во-первых, полный трехтомный Курс прежде не существовал в полном английском переводе, хотя более краткие Основы и отдельные адаптированные материалы выходили на английском языке. Во-вторых, буквальное воспроизведение терминологии, обозначений, нумерации, графики и организационных условностей середины XX века создало бы для современного читателя устранимые препятствия.

Поэтому издание следует двойному обязательству: полноте математического содержания и модернизации представления. Структурное сопоставление, выполненное переводчиком, показывает, что сохранено приблизительно 99,9 процента оригинального материала. Определяющая последовательность идей, доказательств, примеров и глубина сохранены; удален лишь материал, действительно ставший устаревшим. Дополнения используются для прояснения рассуждения, раскрытия подразумеваемой связи, устранения трудности изложения или согласования терминологии и педагогики с современной практикой.

Модернизация распространяется и на архитектуру издания. Три исходных тома тематически реорганизованы в семь удобных основных томов. Нумерация параграфов и формул перестроена, сеть перекрестных ссылок воссоздана, а обозначения унифицированы. Кроме того, в Предисловии сообщается, что каждый включенный график и рисунок был воссоздан по его математическому содержанию, а не скопирован в виде скана. Издание задумано как современный учебник и справочник, остающийся при этом узнаваемым трудом Фихтенгольца.

[5] См. запись польской академической библиотеки, каталог Higher Education Press и записи Московского государственного технического университета имени Н. Э. Баумана для тома I и тома II.

Основания сопоставления оригинала и модернизированного издания

В сопоставлении, представленном в этой статье, разграничиваются факты, которые можно проверить непосредственно, и сведения, сообщаемые переводчиком. Окончательные исходные материалы 2026 года в LaTeX были сверены с оцифрованными русскими изданиями тома I (“Наука”, 1969), тома II (Физматгиз, 1959) и тома III (Физматгиз, 1960). Эти сканы представляют более поздние русские издания, а не первые издания 1947–1949 годов, однако они сохраняют сложившуюся русскую структуру и дают практическую основу для проверки оглавления, последовательности параграфов, терминологии, примеров и репрезентативных фрагментов.[6]

Выполненное сопоставление подтверждает структурную перестройку и иллюстрирует редакционный метод; оно не является новой построчной критической колляцией примерно 2400 английских страниц. Утверждение о сохранении приблизительно 99,9 процента исходного материала — это результат структурной проверки всего проекта, выполненной переводчиком и воспроизведенной в Предисловии ниже. Его не следует принимать за независимую сертификацию со стороны Internet Archive или цитируемых здесь внешних исторических источников.

От трех русских томов к семи основным томам

РУССКОЕ ДЕЛЕНИЕ	ДЕЛЕНИЕ THE GRAND CALCULUS	ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ СОДЕРЖАНИЯ
Том I: Введение о действительных числах, главы I–VII и дополнение “Продолжение функций”	Тома 1–2; современные главы 1–9	Ненумерованное введение становится главой 1. Семь русских глав становятся главами 2–8, а дополнение (параграфы 257–262) — главой 9.
Том II: главы VIII–XIV	Тома 3–5; современные главы 10–16	Интегральное исчисление, ряды, несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра, сохраняют свою последовательность, но разделяются на три удобных тематических тома.
Том III: главы XV–XX и дополнение “Общая точка зрения на понятие предела”	Тома 6–7; современные главы 17–23	Геометрическое и кратное интегрирование образуют том 6. Анализ Фурье образует главы 21–22, а дополнение (параграфы 752–762) становится главой 23 “Общая теория пределов”.
Отдельные задачники	Том 8, дополнительный	2798 упражнений взяты у Гюнтера и Кузмина, а не из Курса Фихтенгольца; они согласованы с семитомным теоретическим текстом, но не изменяют его.

[6] Оцифрованные русские экземпляры для сопоставления: том I, том II и том III.

Что модернизация изменяет — и что сохраняет

ХАРАКТЕРИ-СТИКА	РУССКИЙ КУРС	ИЗДАНИЕ 2026 ГОДА
Математическая последовательность	Связное развитие от действительных чисел через пределы, дифференциальное и интегральное исчисление, ряды, кратное интегрирование к анализу Фурье.	Та же последовательность, определяющие доказательства, примеры и глубина; физические границы томов изменены, но концептуальный порядок сохранен.
Язык	Русская проза и терминология середины XX века, включая исторически обусловленные термины, для которых нет естественных соответствий в современном математическом английском.	Идиоматический математический английский язык; буквальные формулировки не сохраняются, если они затемняют смысл. Стандартные термины последовательно используются во всех семи томах.
Определения и обозначения	Строгие словесные определения с обозначениями и приемами изложения русских изданий.	Современные символы и теория множеств там, где они полезны; явные кванторные формы в отдельных определениях; унифицированные обозначения $\mathbb{N}$ и $\mathbb{R}$; добавленные пояснения там, где старые условности могли ввести в заблуждение.
Организация	Три больших физических тома: ненумерованное введение о действительных числах, двадцать нумерованных глав и отдельные дополнения о продолжении функций и общей точке зрения на понятие предела.	Семь тематических основных томов и двадцать три нумерованные главы, за которыми следует самостоятельно составленный дополнительный том упражнений.
Навигация	Печатная нумерация параграфов и формул, привязанная к исходным томам; ссылки по страницам и локальные ссылки.	Перестроенная нумерация параграфов и формул, ссылки с учетом томов, гиперссылки, закладки, указатели и воссозданная сеть перекрестных ссылок.
Графика	Печатные линейные рисунки, вошедшие в последовательные русские издания.	Окончательные исходные материалы содержат 233 различных графических файла. Согласно Предисловию, иллюстрации были заново выполнены по их математическому содержанию с современной графикой линий, разрешением и типографикой, а не вставлены в виде сканов; прямое сопоставление образца подтверждает этот метод для рисунка к остатку Лагранжа, воспроизведенного ниже в этой статье.
Редакторские дополнения	Собственное изложение Фихтенгольца и исторические примечания.	Отдельные пояснения, терминологические примечания и связующий материал поддерживают источник, не отделяясь типографически во второй редакторский слой.

ХАРАКТЕРИСТИКА	РУССКИЙ КУРС	ИЗДАНИЕ 2026 ГОДА
Сохранение содержания	Определяющий русский источник.	В Предисловии сообщается о сохранении приблизительно 99,9% структуры; опущен лишь материал, признанный действительно устаревшим. Этот процент получен при проверке переводчиком, а не в результате внешней текстологической переписи.
Метод производства	Обычная печатная композиция XX века.	Изначально цифровая композиция в LaTeX. ИИ помогал с транскрибированием, черновиками, кодированием и проверкой согласованности; Максим Соколов принимал существенные математические и редакторские решения и несет за них ответственность.

Репрезентативные сопоставления: модернизация на практике

Приведенные ниже примеры намеренно носят репрезентативный, а не исчерпывающий характер. Они документируют заметные редакционные решения разных масштабов; это не означает, что каждое предложение было изменено, каждая теорема была доказана заново или весь труд был независимо построчно сверен для настоящей статьи.

Начало теории пределов дает конкретный пример. В русском томе I параграф 22 начинается с физического понятия переменной величины, затем вводится упорядоченный список, а переменная, принимающая его значения, вслед за Шарлем Мере называется вариантой. В параграфе 23 ее предел определяется обычным эпсилон-условием. Издание 2026 года сохраняет примеры — арифметическую и геометрическую прогрессии, периметры вписанных многоугольников и десятичные приближения к $\sqrt{2}$ — и сохраняет эпсилон-определение.

Однако изложение перестроено вокруг современного объекта: числовой последовательности. Различаются дискретные и непрерывные переменные, последовательность описывается как упорядоченный список и, в примечании, как функция $x : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$. Определение предела также записывается в кванторной форме с явным указанием зависимости $N = N_\varepsilon$. Историческое выражение “бесконечно малая” сохраняется, а для современного читателя добавляются термин “нулевая последовательность” и предупреждение о том, что отдельный ненулевой член нельзя считать бесконечно малой.

Начальные основания дают более масштабный пример добавленного пояснения. В оглавлении русского тома I за параграфом 21 об измерении отрезков непосредственно следует параграф 22 и теория пределов. Издание 2026 года сохраняет содержание и порядок этих двух исходных параграфов, но расширяет переход между ними: после материала, соответствующего параграфу 21, и до материала, соответствующего параграфу 22, вставлены два новых, отдельно озаглавленных связующих параграфа. В первом определяются счетные и несчетные множества, перечисляются $\mathbb{Z}$ и $\mathbb{Q}$, с помощью диагонального аргумента Кантора доказывается несчетность $(0, 1)$ и приводится биекция между $(0, 1)$ и $\mathbb{R}$. Во втором вводятся частичный и линейный порядки, группы, поля и краткое современное описание $\mathbb{R}$

как полного архимедова упорядоченного поля. Эти дополнения представляют абстрактные основания, наличие которых предполагается во многих современных курсах, именно в том месте, где они впервые становятся полезными; они не заменяют построение действительных чисел у Фихтенгольца.

То же сопоставление обнаруживает дополнения двух различных масштабов. В исходном томе II параграф 263 записывает неопределенный интеграл в виде $\int f(x)\,dx = F(x) + C$. В модернизации добавляется явная интерпретация как множества $\{F + C : C \in \mathbb{R}\}$, чтобы последующие тождества между неопределенными интегралами не понимались ошибочно как равенства отдельных функций.

Более масштабный пример дает глава 23. Исходный русский том III завершался девятнадцатистраничным дополнением об общем понятии предела (с. 631–649, параграфы 752–762). Новое издание сохраняет всю эту нумерованную последовательность и исходную линию рассуждения, добавляя между параграфами 752 и 753 параграф 752a. В этом предварительном параграфе вводятся метрики, шары, окрестности, предельные точки, топология и эквивалентные метрики, а также современная оговорка о том, что в произвольных топологических пространствах последовательности не обнаруживают все предельные процессы. В сохраненных параграфах историческая теория упорядоченных переменных затем явно связывается со строгими порядками, предпорядками, направленными множествами, сетями и сходимостью Мура–Смита, подсетями, фильтрами, хаусдорфовыми пространствами и характеризацией компактности с помощью сетей. Отдельные результаты сформулированы с условиями, ожидаемыми в современном анализе: например, единственность предела сети связывается с условием Хаусдорфа, а антидискретная топология дает контрпример при отсутствии этого условия. Тем самым глава сохраняет систему Фихтенгольца, развивая ее в более полное современное введение в обобщенные пределы.

Современные обозначения вводятся там, где они дают полезное имя идее, уже присутствующей в классическом изложении. При рассмотрении глобальных экстремумов параграф 139 добавляет определения множеств arg max и arg min, различая точки, в которых достигаются экстремумы, и сами экстремальные значения. Затем параграф 140 сохраняет классические приложения оптимизации и добавляет статистический пример: при s успехах в n испытаниях Бернулли дифференцирование биномиальной функции правдоподобия дает оценку максимального правдоподобия s/n. Это иллюстрирует более широкую редакционную политику, описанную в Предисловии: материал, признанный действительно устаревшим, может быть удален, а новые примеры добавляются, если они связывают классический метод с современным языком или приложениями.

Во всех семи основных томах тот же метод проявляется в более мелких вмешательствах. Исторические или локальные названия заменяются стандартной английской терминологией, принятой ныне в математике, либо приводятся вместе с ней; отдельные примечания добавляют контекст, предупреждения, ограничения области определения или пропущенные промежуточные пояснения; формулировки и доказательства некоторых теорем уточняются явным указанием условий и предельных переходов. Все нумерованные формулы перенумерованы, ссылки на параграфы перестроены в систему, учитывающую тома, а вся сеть перекрестных ссылок воссоздана и проверена. Наряду с заново выполненными рисунками, ги-

перссылками, закладками и указателями эти изменения модернизируют и чтение рассуждения, и возможность проверить, где оно используется в других частях собрания.

Структурная проверка исходного кода обнаружила каждый унаследованный параграф с 1 по 762 ровно один раз в современном основном собрании и не выявила пропусков в этой последовательности; параграф 752a — единственная отдельно пронумерованная вставка. Это подтверждает описанную выше перестройку глав и параграфов. Само по себе оно не устанавливает более широкую приведенную в Предисловии оценку сохранения 99,9 процента, для которой потребовалась бы построчная критическая колляция.

Эта выборка показывает определяющий редакционный принцип. Математика, примеры и ход рассуждений остаются узнаваемыми; концептуальный язык, обозначения и локальные пояснения перестраиваются так, чтобы англоязычный читатель встречал материал на языке современного анализа. Поэтому издание не является ни факсимиле, ни дословным документальным переводом. Это действующая модернизация, отношение которой к источнику изложено открыто.

Авторство и редакционная ответственность

ЛИЦО ИЛИ ИМПРИНТ	РОЛЬ	ОБЪЕМ РАБОТЫ
Г. М. Фихтенгольц	Автор оригинала	Основной автор томов 1–7, в которых переведен и модернизирован полный Курс.
Максим Соколов	Переводчик и редактор	Английский перевод, редакционная работа, математическая проверка, верстка, оформление и окончательная ответственность за тома 1–7.
Н. М. Гюнтер и Р. О. Кузмин	Авторы источников для тома 8	Авторы классических сборников задач, из которых были отобраны и адаптированы упражнения дополнительного тома. Том 8 не входит в исходный Курс Фихтенгольца.
Максим Соколов	Переводчик и редактор тома 8	Отбор, перевод, реорганизация, адаптация, согласование с основными томами и верстка.
Maxergon School	Издательство	Издательство и импринт английского издания 2026 года.

Искусственный интеллект использовался как технический инструмент для предварительных черновиков, транскрибирования, кодирования в LaTeX, проверки перекрестных ссылок, согласованности и других повторяющихся задач. Он не определял смысл перевода, правильность доказательства, структуру издания или содержание добавлений и изъятий. Как объясняется в полном Предисловии ниже, существенное суждение и ответственность остаются за переводчиком и редактором.

Архитектура комплекта из 7+1 томов

ТОМ	НАЗВАНИЕ	ГЛАВЫ	ISBN
1	Действительные числа, пределы и дифференциальное исчисление	1–5	978-1-7380649-3-9
2	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных и геометрия	6–9	978-1-7380649-4-6
3	Методы и приложения интегрального исчисления	10–12	978-1-7380649-5-3
4	Числовые и функциональные ряды	13–14	978-1-7380649-6-0
5	Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра	15–16	978-1-7380649-7-7
6	Криволинейные, поверхностные и кратные интегралы	17–20	978-1-0679668-1-2
7	Ряды, интегралы и преобразования Фурье	21–23	978-1-7380649-9-1
8	Упражнения (дополнительный том)	локальные 1–9	978-1-0679668-0-5

Описания глав в полном Предисловии ниже показывают, как последовательность движется от действительных чисел и пределов через дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных; неопределенное, определенное, несобственное и зависящее от параметра интегрирование; ряды; криволинейное, поверхностное и кратное интегрирование; анализ Фурье; и общую теорию пределов, использующую направленные порядки, сети, фильтры и обобщенные верхний и нижний пределы.

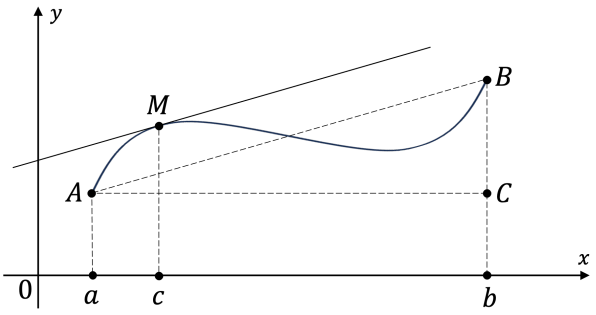
Подробно о дополнительном томе упражнений

Том 8 — согласованный практикум, а не продолжение теоретического изложения Фихтенгольца. В каждом параграфе имеются ссылки на соответствующие главы основных томов. Задачи, выходящие за рамки основного изложения, отмечены как дополнительный материал и снабжены локальными определениями или формулами, необходимыми для их решения. Ответы даны ко всем 2798 упражнениям; это ключи ответов, а не утверждение о наличии полного подробного решения в каждом случае.

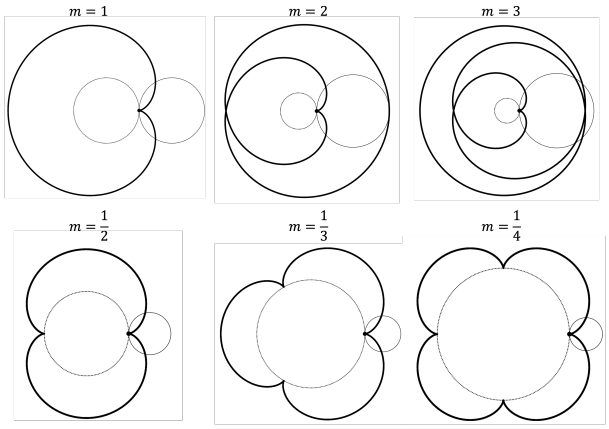
ГЛАВА	ТЕМА	УПРАЖНЕНИЯ
1	Пределы	168
2	Дифференцирование	417
3	Приложения дифференциального исчисления к анализу	429
4	Неопределенные интегралы	460
5	Определенные интегралы и их приложения	206
6	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы	365
7	Дополнительные методы определенных интегралов	414
8	Бесконечные ряды	234
9	Численное интегрирование и методы рядов	105
	Всего	**2798**

Воссозданная математическая графика

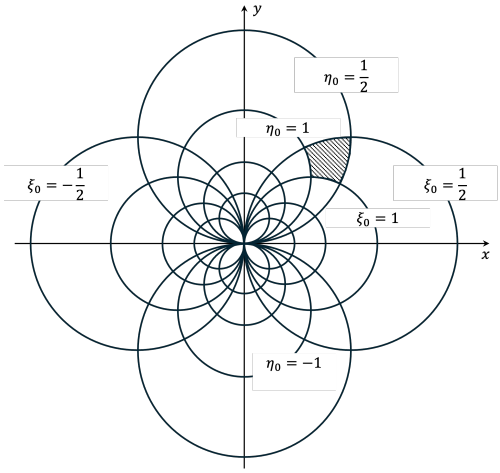
Оригинальные иллюстрации не вставлялись в виде сканов. Они были заново выполнены по своему математическому содержанию для обеспечения единообразной толщины линий, подписей, разрешения и типографической интеграции. Семь примеров на следующих двух страницах охватывают материал от основ дифференциального исчисления до пространственной геометрии, поверхностного интегрирования, теплопередачи, анализа Фурье и технических приложений. На второй иллюстрационной странице намеренно преобладают более насыщенные рисунки из нескольких частей собрания.



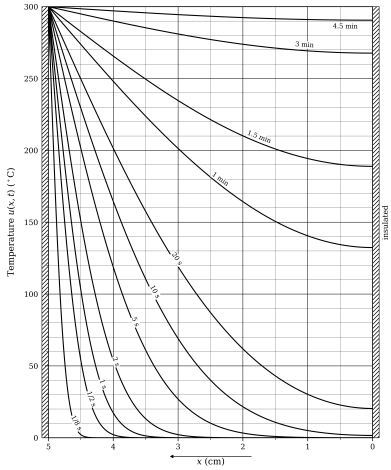
A. Геометрическая интерпретация теоремы Лагранжа о среднем (том 1).



B. Семейство эпициклоид (том 2).

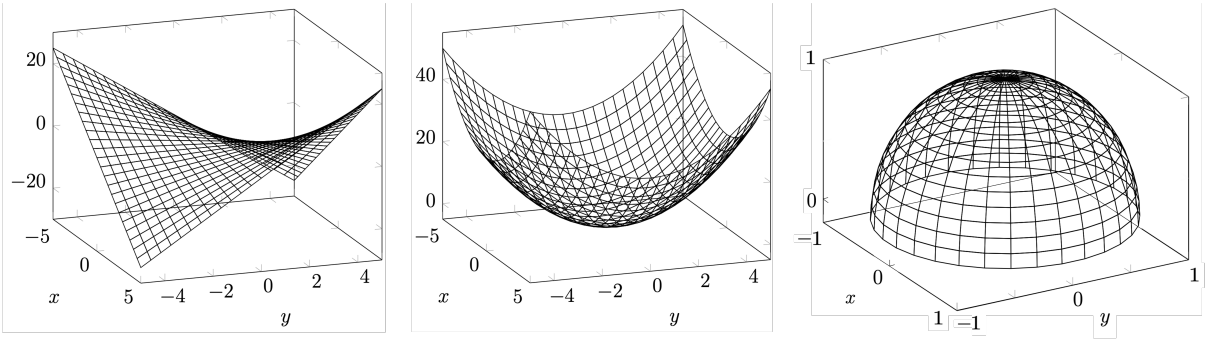


C. Координатные линии в примере замены переменных (том 6).

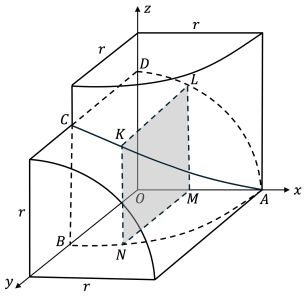


D. Температурные профили в решении задачи теплопроводности рядом Фурье (том 7).

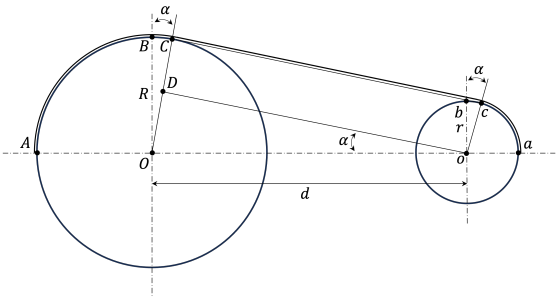
Рис. 1: Репрезентативные рисунки, воссозданные для модернизированного издания.



F. Три пространственных графика функций двух переменных: гиперболический параболоид, параболоид вращения и полусфера (том 2).



E. Один октант тела Штейнмеца, образованного перпендикулярными цилиндрами (том 3).



H. Геометрия ремня на неравных шкивах в инженерном приближении (том 1).

Рис. 2: Более сложные примеры из пространственной геометрии, кратного интегрирования и инженерной механики.

Как можно использовать собрание

- **Как основной курс или учебник для самостоятельного изучения.** Изложение строго и всеобъемлюще; мотивировки, промежуточные рассуждения, примеры и геометрическая интерпретация представлены в масштабе, необычном для более сжатых трактовок.
- **Как дополнение к краткому современному учебнику анализа.** Читатель, использующий Рудина, Зорича или другой экономно изложенный текст, может обратиться к Фихтенгольцу за подробными вычислениями, рисунками, примерами и альтернативными путями к тем же идеям.
- **Как справочное издание.** Тематическое деление на семь томов и воссозданная система перекрестных ссылок позволяют обращаться к отдельной теме без необходимости иметь при себе весь исходный трехтомный комплект.
- **Для практики.** Том 8 следует обозначениям и последовательности основных томов, позволяя непосредственно перейти от теоретической главы к обширному, выстроенному по трудности набору задач, а затем к ответам.

Доступность не следует смешивать с элементарностью. Собрание написано, чтобы ясно объяснять сложную математику, а не снижать ее требования. Оно лучше всего подходит серьезным студентам старших курсов и аспирантам, преподавателям, математикам и самостоятельным читателям, ищущим широкую классическую трактовку анализа.

Права, территории и доступ

Территориальное уведомление издания от июля 2026 года указывает, что лежащие в его основе русские труды являются общественным достоянием в Канаде, Японии, Новой Зеландии, Индии, Южной Африке, Специальном административном районе Гонконг и Республике Корея, и сообщает, что полное издание в 7+1 томах предназначено для распространения в этих юрисдикциях. Это уведомление дословно воспроизведено в обоих разделах первичного текста ниже.

Английский перевод, адаптация, модернизация, редакционный материал, верстка, рисунки и оформление 2026 года отдельно защищены авторским правом Максима Соколова и Maxergon School. Статус исходного труда как общественного достояния в конкретной юрисдикции не переводит это новое английское издание в общественное достояние. Настоящая статья описывает проект для международной аудитории; доступность полных книг по-прежнему определяется территориальным уведомлением и применимым законодательством. Для идентификации разрешенных изданий там, где они доступны для распространения, читатели могут использовать приведенную выше таблицу ISBN.

По мере законного получения необходимых прав для дополнительных территорий тома будут становиться доступными там через разрешенные каналы. До завершения такого юридического оформления доступность на какой-либо территории не подразумевается.

ЧАСТЬ II

Полное Предисловие переводчика

Полностью воспроизводится по тому 1

Текст Предисловия и сноски воспроизведены без сокращений. Обзор содержания восьми томов представлен как нейтральный перечень для всего проекта, без относящейся к конкретному тому пометы или рамки.

Предисловие переводчика

О проекте “The Grand Calculus”

Предлагаемое вниманию читателя семитомное издание The Grand Calculus представляет собой полный модернизированный перевод на английский язык трехтомного шедевра Г. М. Фихтенгольца Курс дифференциального и интегрального исчисления (далее — Курс)[7]. Это издание решает сразу две задачи. Оно знакомит англоязычных читателей с полным Курсом и представляет труд в форме, полностью соответствующей современному изучению математики. Первую задачу решает перевод, вторую — модернизация. Ни то ни другое не достигалось путем сокращения или упрощения оригинала. В нынешнем виде семь основных томов насчитывают около 2400 страниц (плюс восьмой дополнительный том объемом приблизительно 500 страниц). The Grand Calculus сохраняет масштаб, содержание, глубину, последовательность идей, доказательства, примеры и своеобразный характер изложения оригинала. Оформление, обозначения, организация материала, иллюстрации и система перекрестных ссылок модернизированы в соответствии с современными стандартами изложения математического анализа.

Эта модернизация опирается на труд, который никогда не переставал быть полезным. Более чем через семьдесят пять лет после выхода русскоязычный Курс по-прежнему активно используется и как учебник, и как справочное издание — возможно, это самое убедительное свидетельство его непреходящей математической и педагогической силы. Однако, как ни удивительно, прежде Курс никогда не издавался в полном переводе на английский язык. Поэтому перевод был необходим, чтобы сделать его доступным англоязычным студентам и преподавателям. Столь же необходимой была и модернизация: некоторые аспекты неизбежно требовали пересмотра.

Три исходных русских тома Курса реорганизованы в семь основных томов The Grand Calculus. Границы этих семи томов определялись характером материала, благодаря чему каждый том удобен для чтения, преподавания и справочного использования. Формат изменился; математическая сущность труда осталась прежней.

Семь основных томов The Grand Calculus сопровождает восьмой дополнительный том, целиком посвященный задачам и упражнениям (он содержит 2798 упражнений). В отличие от первых семи томов, представляющих изложение математического анализа Фихтенгольцем, этот дополнительный том основан на знаменитых сборниках задач Гюнтера и Кузмина, тщательно выстроенные и математически содержательные упражнения которых стали классическим ресурсом для многих поколений изучающих анализ. Задачи были отобраны, переведены, реорганизованы

[7] Точнее говоря, это комплект из “7+1” томов: семь основных томов, составляющих полный перевод и модернизацию Курса Фихтенгольца, и восьмой, дополнительный том с тщательно отобранным и адаптированным собранием упражнений из классических задачников Гюнтера и Кузмина. Более подробное объяснение дано ниже в Предисловии.

и адаптированы в соответствии с обозначениями, терминологией и последовательностью тем, принятыми во всем издании The Grand Calculus.

Оригинальный Курс и его наследие

Фихтенгольц написал два крупных учебника по математическому анализу: полный трехтомный Курс и более краткий двухтомный труд Основы математического анализа. Поколения русскоязычных студентов неофициально называли более обширный труд “Большим Фихтенгольцем”, противопоставляя его сокращенному учебнику. Название The Grand Calculus переносит это традиционное наименование в английский язык и связывает данное издание именно с полным трехтомным трудом.

Значение Курса давно получило признание. Л. Канторович и И. Натансон охарактеризовали его[8] как “...одно из лучших во всей мировой литературе изложений математического анализа по полноте, строгости, ясности и литературному мастерству”.

С. Демидов и С. Петрова писали[9]: “...этот трехтомный труд, выдержавший множество изданий, занимает почетное место на книжных полках математиков — к нему обращаются, чтобы разобраться в нюансах различных тем анализа или просто освежить их в памяти, а нередко и углубиться в вопросы, до той поры остававшиеся на периферии интересов”.

Курс был переведен на многие языки, и по нему учились поколения студентов во многих странах. Он используется и сегодня — не просто как историческая классика, а как действующий учебник и справочное издание, часто наряду с другими книгами. Его долговечность основана на редком сочетании строгости, полноты, геометрической наглядности, обилия примеров и иллюстраций и спокойной, доброжелательной манеры изложения. Фихтенгольц приводит мотивировки и промежуточные рассуждения, которые более сжатые тексты часто оставляют читателю. В результате книга, оставаясь математически содержательной, необычайно хорошо читается; в лучших местах непрерывное развертывание предмета придает ей цельность математического романа.

Как уже отмечалось, до настоящего издания полный Курс никогда не был доступен на английском языке. Более краткие Основы математического анализа Фихтенгольца выходили на английском, но это существенно сокращенный и по существу иной труд. The Grand Calculus восполняет этот давний пробел.

Рекомендации по использованию

Доступность изложения Фихтенгольца не следует принимать за элементарный или вводный уровень. Этот труд строг, всеобъемлющ и требователен. Следовать ему легче потому, что он объясняет больше, а не потому, что требует меньше. The Grand Calculus достаточно содержателен, чтобы служить основным учебником, однако одно из его важнейших достоинств раскрывается при использовании

[8] Л. В. Канторович и И. П. Натансон, “Григорий Михайлович Фихтенгольц”, Успехи математических наук, 14:5(89) (1959), 123–128.

[9] С. С. Демидов и С. С. Петрова, “Г. М. Фихтенгольц и преподавание математического анализа в России первой половины XX века”, Чебышевский сборник, 20:3 (2019), 437–452.

в качестве дополнения к современному основному учебнику, особенно если тот отличается краткостью или абстрактностью.

Особенно естественно сочетать его с книгой Уолтера Рудина Принципы математического анализа[10] или двухтомным Математическим анализом В. А. Зорича.[11] Оба учебника представляют анализ с современной, строгой и концептуально единой точки зрения, но их абстрактный и экономный стиль может затруднить первое чтение. Фихтенгольц дает подробные вычисления, рисунки, мотивировки, многочисленные примеры и промежуточные шаги, позволяющие увидеть теорию в действии.

Для студентов, желающих закрепить знания дополнительной практикой, наиболее естественным дополнением служит восьмой том The Grand Calculus — специальный сборник задач, построенный в соответствии с обозначениями, терминологией и системой перекрестных ссылок семитомного основного труда. Тем, кому нужно еще больше упражнений, будут особенно полезны два классических ресурса: Сборник задач и упражнений по математическому анализу Б. П. Демидовича[12] и трехтомник Задачи по математическому анализу В. Я. Качора и М. Т. Новака.[13] Вместе эти труды предлагают обширные собрания упражнений, исключительно хорошо дополняющие настоящее издание.

Подход к переводу

Перевод классического математического труда требует выбора цели.

Можно подготовить документальный перевод, как можно точнее сохраняя формулировки и условности оригинала. Такой перевод обладает исторической и документальной ценностью, но вместе с тем вынужден сохранять терминологию, обозначения, организацию и приемы изложения, которые могли превратиться в препятствия для современного читателя.

Другой путь — сохранить математику, структуру и авторскую индивидуальность труда, позволив ему при этом заговорить на современном математическом английском языке.

The Grand Calculus следует второму подходу. Это не дословное и не построчное переложение. Буквальные формулировки не сохранялись, если они звучали чужеродно, затемняли математику или воспроизводили условности, уже не имеющие полезной функции. Вместе с тем модернизация подчинялась строгому принципу: она должна улучшать труд, не упрощая и не сокращая его. Оригинальный Курс остается определяющим источником.

[10] У. Рудин, Principles of Mathematical Analysis, 3-е изд. (McGraw–Hill, 1976).

[11] В. А. Зорич, Mathematical Analysis I, 2-е английское изд., перевод Роджера Кука и Октавио Паниагуа Табоады, Universitext (Springer, 2015); и Mathematical Analysis II, 2-е английское изд., перевод Роджера Кука и Октавио Паниагуа Табоады, Universitext (Springer, 2016).

[12] Б. П. Демидович, Problems in Mathematical Analysis, перевод с русского Г. Янковского (Mir Publishers, Москва, 1970).

[13] В. Я. Качор и М. Т. Новак, Problems in Mathematical Analysis I: Real Numbers, Sequences and Series, Student Mathematical Library, т. 4 (American Mathematical Society, 2000); Problems in Mathematical Analysis II: Continuity and Differentiation, Student Mathematical Library, т. 12 (American Mathematical Society, 2001); Problems in Mathematical Analysis III: Integration, Student Mathematical Library, т. 35 (American Mathematical Society, 2003).

Допустимым альтернативным решением было бы отмечать каждое измененное или добавленное место, чтобы читатель мог отличать оригинальный текст от каждого редакторского вмешательства. Я рассматривал такой метод, но не стал его применять. Модернизация проходит через весь труд — через формулировки, терминологию, обозначения, нумерацию, рисунки, перекрестные ссылки, пояснения и отдельные дополнения. Пометки при каждом таком случае постоянно прерывали бы ход математического изложения и превратили бы действующий учебник в многослойное критическое издание. Поэтому английский текст представлен как единое связное целое. Оригинал Фихтенгольца неизменно определяет содержание семи основных томов, однако перевод и модернизация типографически не разделены.

Масштаб модернизации

Последующее обсуждение касается модернизации Курса Фихтенгольца, составляющего семь основных томов The Grand Calculus.

Основным правилом было сохранение, а не сжатие. Это издание не является сокращенным. Структурное сопоставление с русским оригиналом показывает, что сохранено приблизительно 99,9% исходного материала. Последовательность идей, основные доказательства, примеры и характерная глубина изложения сохранены. Удалялся только материал, действительно ставший устаревшим. Дополнения вносились там, где они проясняют рассуждение, делают явной подразумеваемую связь, устраняют трудность изложения или приводят трактовку в соответствие с современной терминологией, обозначениями и педагогикой. Учитывались также многолетние замечания читателей и математиков на интернет-форумах. Результат в подавляющей степени остается трудом Фихтенгольца; добавленный материал поддерживает оригинал, а не вытесняет его.

Семитомная организация Курса носит тематический, а не механический характер. Система нумерации параграфов была перестроена для более удобной навигации. Все нумерованные формулы перенумерованы по современному стандарту, а вся сеть перекрестных ссылок воссоздана и проверена. Я заново выполнил графики, диаграммы и иллюстрации по математическому содержанию оригинала с использованием современной графической технологии. Старые изображения не просто сканировались: они были воссозданы для современного цифрового издания. Терминология и обозначения унифицированы, а типографика разработана для комфортного продолжительного чтения.

Эта модернизация обширна там, где оригинал устарел, и намеренно сдержанна в остальных местах.

Технология и редакторская ответственность

Революция в области искусственного интеллекта (ИИ) сделала проект такого масштаба осуществимым для одного переводчика и убедила меня, что время взяться за него пришло. ИИ был незаменим как технический инструмент: он помогал с предварительными черновиками, транскрибированием и кодированием в LaTeX, проверкой перекрестных ссылок и согласованности, а также со многими дру-

гими повторяющимися задачами. Без этих инструментов один человек не смог бы практически осуществить полное издание в таком виде.

Однако ИИ не заменял математического или редакторского суждения. Даже при его содействии издание потребовало трех лет постоянной, почти ежедневной человеческой работы по просмотру, исправлению, объединению, переписыванию, проверке и согласованию всего материала. Я принимал каждое существенное решение, касающееся смысла, терминологии, доказательств, организации, добавлений, изъятий и представления. На каждом этапе определяющим было человеческое математическое внимание, и ответственность за окончательный текст лежит на мне.

Территориальная доступность

По состоянию на июль 2026 года лежащие в основе настоящего издания в “$7+1$” томах русскоязычные труды — Курс Фихтенгольца, составляющий семь основных томов, и сборники задач Гюнтера–Кузмина, составляющие восьмой дополнительный том, — являются общественным достоянием в Канаде, Японии, Новой Зеландии, Индии, Южной Африке, Специальном административном районе Гонконг и Республике Корея. Соответственно, полное издание The Grand Calculus в “$7 + 1$” томах в настоящее время предназначено для распространения в перечисленных выше юрисдикциях.

Благодарности

Я глубоко признателен профессорам Светлане Нехай (Seneca Polytechnic) и Алмазу Бутаеву (University of the Fraser Valley) за вдумчивые отзывы, ценные предложения и профессиональные замечания.

Максим Соколов
Торонто, Канада
Июль 2026 года.

Содержание восьми томов

Структура издания в “$7+1$” томах следует тематическому развитию Курса:

Том 1 [Главы 1–5]

Глава 1. Действительные числа. Излагается система действительных чисел, начиная с рациональных и иррациональных чисел, включая порядок, арифметические операции, свойства полноты и десятичные представления.

Глава 2. Теория пределов. Вводятся последовательности и пределы, законы предельного перехода, монотонная сходимость, подпоследовательности и теория Больцано–Коши.

Глава 3. Функции одной переменной. Излагаются функции, пределы функций, бесконечно малые и бесконечно большие величины, непрерывность, точки разрыва и основные свойства непрерывных функций.

Глава 4. Производные и дифференциалы. Вводятся производные и дифференциалы, основные теоремы о среднем, производные высших порядков, формула Тейлора и интерполяция.

Глава 5. Исследование функций с помощью производных. Производные применяются к исследованию монотонности, экстремумов, выпуклости, формы графика, неопределенностей и приближенных решений уравнений.

Том 2 [Главы 6–9]

Глава 6. Функции нескольких переменных. Излагаются пределы, непрерывность, частные производные, дифференциалы, производные высших порядков и экстремумы функций нескольких переменных.

Глава 7. Функциональные определители и их приложения. Изучаются якобианы и функциональные определители, неявные и обратные функции и замены переменных.

Глава 8. Приложения дифференциального исчисления к геометрии. Дифференциальное исчисление применяется к кривым и поверхностям, включая касательные, касательные плоскости, соприкосновение, длину дуги и кривизну.

Глава 9. Продолжение функций. Излагается гладкое продолжение функций с интервалов и плоских областей, включая регулярность на границе и приложения теорем о продолжении.

Том 3 [Главы 10–12]

Глава 10. Неопределенный интеграл. Представлены методы неопределенного интегрирования рациональных, содержащих радикалы, тригонометрических, показательных и эллиптических выражений.

Глава 11. Определенный интеграл. Строится определенный интеграл, доказываются его основные свойства, развиваются методы вычисления и преобразования и вводятся методы численного интегрирования.

Глава 12. Приложения интегрального исчисления. Интегрирование применяется к длине дуги, площади, объему, механике, физике, технике и вводным дифференциальным уравнениям.

Том 4 [Главы 13–14]

Глава 13. Бесконечные ряды с постоянными членами. Излагается теория сходимости числовых рядов, двойных рядов, бесконечных произведений, разложений функций, приближений и методов суммирования.

Глава 14. Функциональные последовательности и ряды. Изучаются последовательности и ряды функций, равномерная сходимость, степенные ряды, элементарные комплексные функции и асимптотические ряды.

Том 5 [Главы 15–16]

Глава 15. Несобственные интегралы. Излагаются несобственные интегралы по неограниченным промежуткам и от неограниченных подынтегральных функций, а также признаки сходимости, преобразования и приближения.

Глава 16. Интегралы, зависящие от параметра. Изучаются интегралы, зависящие от параметра, равномерная сходимость, дифференцирование и интегрирование под знаком интеграла, а также бета- и гамма-интегралы.

Том 6 [Главы 17–20]

Глава 17. Криволинейные интегралы и интеграл Стилтьеса. Излагаются криволинейные интегралы обоих родов, независимость от пути и потенциалы, функции ограниченной вариации и интеграл Стилтьеса.

Глава 18. Двойные интегралы. Излагаются двойные интегралы, повторное интегрирование, формула Грина, замены переменных и несобственные двойные интегралы.

Глава 19. Площадь поверхности и поверхностные интегралы. Рассматриваются двусторонние поверхности, площадь поверхности и поверхностные интегралы первого и второго рода.

Глава 20. Тройные и кратные интегралы. Излагаются тройные и кратные интегралы, теорема Гаусса–Остроградского, замены переменных и элементы векторного анализа.

Том 7 [Главы 21–23]

Глава 21. Ряды Фурье. Вводятся коэффициенты и ряды Фурье, сходимость и приближение, интегралы и преобразования Фурье, а также приложения к дифференциальным уравнениям и гармоническому анализу.

Глава 22. Ряды Фурье (продолжение). Теория Фурье продолжается вопросами полноты, среднеквадратического приближения, методов суммирования, почленного выполнения операций, единственности и задачи Дирихле.

Глава 23. Общая теория пределов. Пределы переформулируются с помощью направленных порядков и сетей; рассматриваются подсети, предельные значения, фильтры, а также обобщенные верхний и нижний пределы.

Том 8 [Главы 1–9 дополнительного тома]

Упражнения по математическому анализу с ответами.

ЧАСТЬ III

Полное Введение к тому 8

Полностью воспроизводится по дополнительному тому упражнений

Введение к тому 8

Дополнительный том задач

Первые семь томов The Grand Calculus представляют полный модернизированный английский перевод Курса дифференциального и интегрального исчисления Г. М. Фихтенгольца. Этот восьмой том служит их практическим дополнением. Его 2798 упражнений были отобраны и адаптированы из классических сборников задач Н. М. Гюнтера и Р. О. Кузмина, чтобы читатели могли закрепить теорию, приобрести техническую беглость и проверить владение основными методами математического анализа.

Настоящий том не продолжает систематическое теоретическое изложение Фихтенгольца и не входит в его исходный Курс. Вместо этого он задуман как органическое продолжение семитомного труда. Поэтому отбор, формулировки, обозначения, терминология, порядок тем и обзорные ссылки везде согласованы с этим трудом.

Организация тома

Задачи расположены в девяти главах, начиная с пределов и дифференцирования и далее переходя к интегрированию, кратному и векторному интегрированию, расширенным интегральным методам и методам Фурье, бесконечным рядам, численным и асимптотическим методам. Каждый параграф начинается с краткого обзорного примечания, указывающего тома и главы основного труда, где изложена теория, используемая в его задачах. Читателю следует обратиться к этим главам до работы над параграфом либо вернуться к ним, если метод или условие уже забыты.

Некоторые упражнения намеренно расширяют теорию, изложенную в томах 1–7. Они отмечены как **Дополнительный материал** на уровне параграфа или упражнения. Такая помета означает, что изучение темы по основным томам не предполагается; определения, формулы и краткие предварительные сведения, необходимые для решения, приводятся непосредственно в данном томе. Обзорное примечание по-прежнему указывает только необходимые главы из томов 1–7.

Соглашение о нумерации глав. Главы тома 8 нумеруются как главы 1, 2, 3 и так далее. Следовательно, номер главы, приведенный без номера тома, относится к тому, в котором встречается. Каждое обзорное примечание в этом дополнительном томе при ссылке на основной труд указывает и номер тома, и номер главы.

Территориальная доступность

По состоянию на июль 2026 года лежащие в основе настоящего издания в “$7+1$” томах русскоязычные труды — Курс Фихтенгольца, составляющий семь основных томов, и сборники задач Гюнтера–Кузмина, составляющие восьмой дополнительный том, — являются общественным достоянием в Канаде, Японии, Новой Зеландии, Индии, Южной Африке, Специальном административном районе Гонконг и

Республике Корея. Соответственно, полное издание The Grand Calculus в “$7 + 1$” томах в настоящее время предназначено для распространения в перечисленных выше юрисдикциях.

О переводчике и редакторе

Максим Соколов — профессор математики в Seneca Polytechnic в Торонто, Канада. Он имеет степень PhD и степень магистра по математике, а также степень Master of Education в области преподавания математики в высшей школе и преподает математику в высших учебных заведениях с 2005 года.

В проекте The Grand Calculus Соколов является переводчиком и редактором семитомного английского издания. Он также отобрал, перевел, реорганизовал, адаптировал и сверстал восьмой дополнительный том упражнений.

Избранная литература и примечания об источниках

1. Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, 3 т. (Москва–Ленинград: Гостехиздат, 1947–1949).

2. Оцифрованные русские издания для сопоставления: том I, 7-е изд. (Москва: Наука, 1969), объект Internet Archive i-1969; том II (Москва: Физматгиз, 1959), объект ii-1959; и том III (Москва: Физматгиз, 1960), объект B-001-014-346.

3. Л. В. Канторович и И. П. Натансон, “Григорий Михайлович Фихтенгольц”, Успехи математических наук 14:5(89) (1959), 123–128. Библиографическая запись и полный текст: Math-Net.Ru.

4. С. С. Демидов и С. С. Петрова, “Г. М. Фихтенгольц и преподавание математического анализа в России первой половины XX века”, Чебышевский сборник 20:3 (2019), 437–452. Math-Net.Ru.

5. В. В. Немыцкий, рецензия на книгу Г. М. Фихтенгольца Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. I, Успехи математических наук 3:4(26) (1948), 181–183. Math-Net.Ru.

6. Институциональные записи, документирующие позднейшие издания и переводы: Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана, том I; том II; запись польской академической библиотеки; и Higher Education Press, китайский том I.

7. Г. М. Фихтенгольц, The Fundamentals of Mathematical Analysis, 2 т. (Oxford: Pergamon Press, 1965). Этот более ранний английский труд представляет собой сокращенные Основы, а не полный трехтомный Курс.

8. Г. М. Фихтенгольц, The Grand Calculus, т. 1–7, английский перевод и редакционная работа Максима Соколова (Торонто: Maxergon School, 2026), а также Н. М. Гюнтер и Р. О. Кузмин, The Grand Calculus, т. 8: Exercises, отобрано, переведено, реорганизовано и адаптировано Максимом Соколовым (Торонто: Maxergon School, 2026).

ИМЕНА И ТРАНСЛИТЕРАЦИЯ

Во всем этом издании используется форма Fikhtengol’ts. В библиотечных каталогах и более ранних переводах могут встречаться формы Fichtenholz или Fikhtengolts; все три обозначают одного и того же автора. На титульной странице дополнительного тома используется написание Günter; в Предисловии основных томов воспроизводится вариант Günther.

РЕКОМЕНДУЕМОЕ БИБЛИОГРАФИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

Соколов, Максим. The Grand Calculus: история проекта, редакционный метод и масштаб. Торонто: Maxergon School, август 2026.